Funkcje programu EXCEL dotyczące podstawowych rozkładów prawdopodobieństwa

Uwaga. Niektóre funkcje wprowadzono do programu EXCEL od roku 2010, 2013 lub 2016.

Rozkłady skokowe

ROZKŁ.DWUM

Zwraca prawdopodobieństwo dla rozkładu dwumianowego.

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad p \in (0, 1), \ n \in N, \ q = 1 - p \qquad k = 0, 1, 2, \ ... , n.$$

Składnia

ROZKŁ.DWUM(liczba_s;próby;prawdopodobieństwo_s;skumulowany)

czyli

ROZKŁ.DWUM(k;n;p;K)

k liczba sukcesów

n liczba doświadczeń (prób)

p prawdopodobieństwo sukcesu w jednej próbie

K kumulacja, jeśli K = 0 to funkcja zwraca $P(X = k)$, gdy K = 1 to $P(X \le k)$

Przykład

Prawdopodobieństwo trafienia celu w jednym strzale wynosi 0,8.
Do celu oddano niezależnie 5 strzałów. Oblicz prawdopodobieństwo, że cel został trafiony:

a) jeden raz,
b) dwa razy,
c) co najmniej raz,
d) najwyżej raz,
e) więcej niż trzy razy,
f) co najmniej dwa razy i mniej niż 4 razy.

Ad. a) P(X = 1) =ROZKŁ.DWUM(1;5;0,8;0) = 0,0064

Ad. b) P(X = 2) =ROZKŁ.DWUM(2;5;0,8;0) = 0,0512

Ad. c) P(X ≥ 1) = 1- P(X = 0) = 1 - ROZKŁ.DWUM(0;5;0,8;0) = 1 - 0,00032 = 0,99968

Ad. d) P(X ≤ 1) = ROZKŁ.DWUM(1;5;0,8;1) = 0,00672

Ad. e) P(X > 3) = 1- P(X ≤ 3) = 1 - ROZKŁ.DWUM(3;5;0,8;1) = 1 - 0,26272 = 0,73728

Ad. f) P(2 ≤ X < 4)= P(X = 2) + P(X = 3) =ROZKŁ.DWUM(2;5;0,8;0) + ROZKŁ.DWUM(3;5;0,8;0) = 0,0512 + 0,2048 = 0,256

lub

P(2 ≤ X < 4)= P(X ≤ 3) - P(X ≤ 1) =ROZKŁ.DWUM(3;5;0,8;1) - ROZKŁ.DWUM(1;5;0,8;1) = 0,26272 - 0,00672 = 0,256

ROZKŁ.DWUM.ZAKRES

Zwraca prawdopodobieństwo dla rozkładu dwumianowego, gdy liczba sukcesów mieści się w podanym zakresie.

$$P(k_1 \le X \le k_2) = \sum_{k=k_1}^{k_2} \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

Składnia

ROZKŁ.DWUM.ZAKRES(próby;prawdopodobieństwo_s;liczba_s;[liczba_s2])

czyli

ROZKŁ.DWUM.ZAKRES(n;p;k_1;[k_2])

n, p jak wyżej

k_1 dolny zakres liczby sukcesów

k_2 górny zakres liczby sukcesów, (gdy k_2 nie podamy to domyślnie $k_2 = n$).

Przykład

Zmienna losowa *X* ma rozkład dwumianowy z parametrami n = 8, p = 0,4. Oblicz:

a) P(X < 5)
b) P(X ≤ 5)
c) P(X > 3)
d) P(X ≥ 3)
e) P(2 < X < 6)
f) P(2 ≤ X ≤ 6)
g) P(2 ≤ X < 6)
h) P(2 < X ≤ 6)

Ad. a) P(X < 5) =ROZKŁ.DWUM.ZAKRES(8;0,4;0;4) = 0,8263296
Ad. b) P(X ≤ 5) =ROZKŁ.DWUM.ZAKRES(8;0,4;0;5) = 0,95019264
Ad. c) P(X > 3) =ROZKŁ.DWUM.ZAKRES(8;0,4;4) = 0,2322432
Ad. d) P(X ≥ 3) =ROZKŁ.DWUM.ZAKRES(8;0,4;3) = 0,27869184
Ad. e) P(2 < X < 6) =ROZKŁ.DWUM.ZAKRES(8;0,4;3;5) = 0,63479808
Ad. f) P(2 ≤ X ≤ 6) =ROZKŁ.DWUM.ZAKRES(8;0,4;2;6) = 0,88510464
Ad. g) P(2 ≤ X < 6) =ROZKŁ.DWUM.ZAKRES(8;0,4;2;5) = 0,84381696
Ad. h) P(2 < X ≤ 6) =ROZKŁ.DWUM.ZAKRES(8;0,4;3;6) = 0,67608576

ROZKŁ.DWUM.ODWR

Zwraca najmniejszą wartość liczby sukcesów, dla której skumulowany rozkład dwumianowy jest większy lub równy niż dana wartość kryterium.

$$\sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} p^i q^{n-i} \ge alfa$$

Składnia

ROZKŁ.DWUM.ODWR(próby;prawdopodobieństwo_s;alfa)

czyli

ROZKŁ.DWUM.ODWR(n;p;alfa)
n liczba doświadczeń (prób)
p prawdopodobieństwo sukcesu w jednej próbie
alfa dane prawdopodobieństwo (kryterium)

Przykład
Rzucamy 15 razy kostką sześcienną. Interesuje nas liczba uzyskanych szóstek.
Wyznacz minimalną wartość k, aby $\sum_{i=0}^{k}\binom{15}{i}(1/6)^i(5/6)^{15-i} \geq 0{,}95$.

ROZKŁ.DWUM.ODWR(15;1/6;0,95) = 5
Zatem minimalna skumulowana liczba szóstek jest równa 5.

ROZKŁ.POISSON

Zwraca prawdopodobieństwo dla rozkładu Poissona.

$$P(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda} \qquad \lambda>0 \qquad k = 0, 1, 2, \ldots$$

Składnia
ROZKŁ.POISSON(x;średnia;skumulowany)
czyli
ROZKŁ.POISSON(k;λ;K)
k liczba zdarzeń
λ parametr rozkładu Poissona
K kumulacja, jeśli K = 0 to funkcja zwraca $P(X=k)$, gdy K = 1 to $P(X \leq k)$

Przykład

Zmienna losowa *X* ma rozkład Poissona z parametrem λ = 5. Oblicz:

a) P(X = 2)
b) P(X = 3)
c) P(X = 5)
d) P(X < 3)
e) P(X ≤ 3)
f) P(X > 2)
g) P(X ≥ 2)
h) P(1 ≤ X < 4)
i) P(1 ≤ X ≤ 4)

Ad. a) P(X = 2) =ROZKŁ.POISSON(2;5;0) = 0,08422
Ad. b) P(X = 3) =ROZKŁ.POISSON(3;5;0) = 0,14037
Ad. c) P(X = 5) =ROZKŁ.POISSON(5;5;0) = 0,17547
Ad. d) P(X < 3) =ROZKŁ.POISSON(2;5;1) = 0,12465
Ad. e) P(X ≤ 3) =ROZKŁ.POISSON(3;5;1) = 0,26503
Ad. f) P(X > 2) = 1- P(X ≤ 2) = 1 - ROZKŁ.POISSON(2;5;1) = 1- 0,12465 = 0,87535

Ad. g) P(X ≥ 2) = 1- P(X ≤ 1) = 1 - ROZKŁ.POISSON(1;5;1) = 1- 0,04043 = 0,95957
Ad. h) P(1 ≤ X < 4)= P(X ≤ 3) - P(X ≤ 0) = ROZKŁ.POISSON(3;5;1) - ROZKŁ.POISSON(0;5;1) = 0,265026 - 0,006738 = 0,25829
Ad. i) P(1 ≤ X ≤ 4)= P(X ≤ 4) - P(X ≤ 0) = ROZKŁ.POISSON(4;5;1) - ROZKŁ.POISSON(0;5;1) = 0,440493 - 0,006738 = 0,433755

ROZKŁ.HIPERGEOM

Zwraca prawdopodobieństwo dla rozkładu hipergeometrycznego.

$$P(X = k) = \frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

n, N, M to liczby całkowite nieujemne,

M ≤ N, n ≤ N,
max(0, M + n - N) ≤ k ≤ ≤ min(M, n)

Składnia

ROZKŁ.HIPERGEOM(próbka;wielk_próbki;populacja_s;wielk_populacji;skumulowany)
czyli
ROZKŁ.HIPERGEOM(k;n;M;N;K)
k liczba wylosowanych wyróżnionych elementów
n liczba wylosowanych elementów
M liczba wyróżnionych elementów
N liczba wszystkich elementów
K kumulacja, jeśli K = 0 to funkcja zwraca $P(X = k)$, gdy K = 1 to $P(X \le k)$

Przykład

Wśród 100 jednakowych kondensatorów jest 20 wadliwych. Losujemy 10 kondensatorów. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych kondensatorów jest 5 wadliwych?

P(X = 5) =ROZKŁ.HIPERGEOM(5;10;20;100;0) = 0,021531

ROZKŁ.DWUM.PRZEC

Zwraca prawdopodobieństwo dla **ujemnego rozkładu dwumianowego.**

$$P(X = k) = \binom{k+m-1}{k} p^m q^k \qquad p \in (0, 1), \quad m \in N$$

Składnia

ROZKŁ.DWUM.PRZEC(liczba_p;liczba_s;prawdopodobieństwo_s;skumulowany)
czyli
ROZKŁ.DWUM.PRZEC(k;m;p;K)
k liczba prób Bernoulliego poprzedzających m sukcesów
m liczba pożądanych sukcesów
p prawdopodobieństwo sukcesu w jednej próbie
K kumulacja, jeśli K = 0 to funkcja zwraca $P(X = k)$, gdy K = 1 to $P(X \le k)$

Przykład

Rzucamy symetryczną kostką sześcienną. Rzuty wykonujemy aż wypadnie 6 oczek dwa razy (nie koniecznie kolejno). Obliczyć prawdopodobieństwo, że nie uda nam się to w siedmiu rzutach a uda w ósmym rzucie.

P(X = 5) =ROZKŁ.DWUM.PRZEC(7;2;1/6;0) = 0,062018

Rozkłady ciągłe

ROZKŁ.NORMALNY

Zwraca dystrybuantę/gęstość dla rozkładu **normalnego.**

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \qquad x \in R \qquad m \in R, \ \sigma \in (0, +\infty)$$

Składnia

ROZKŁ.NORMALNY(x;średnia;odchylenie_std;skumulowany)

czyli

ROZKŁ.NORMALNY(x;m;σ;K)

x argument funkcji gęstości/dystrybuanty

m wartość oczekiwana

σ odchylenie standardowe

K kumulacja, jeśli K = 0 to funkcja zwraca wartość gęstości $f(x)$, gdy K = 1 to $P(X \le x)$

Przykład

Zmienna losowa *X* ma rozkład N(4; 2). Oblicz:

a) $P(X < 3)$
b) $P(X \le 3)$
c) $P(X > 2)$
d) $P(X \ge 2)$
e) $P(1 < X < 4)$
f) $P(1 \le X \le 4)$
g) $P(|X| < 1)$
h) $P(|X| > 0{,}5)$
i) $P(|X - 5| < 3)$
j) $P(|X + 1| > 0{,}5)$

Ad. a) , b) P(X < 3) = P(X ≤ 3) =ROZKŁ.NORMALNY(3;4;2;1) = 0,30854

Ad. c) , d) P(X > 2) = P(X ≥ 2)= 1 - ROZKŁ.NORMALNY(2;4;2;1) = 1 - 0,15866 = 0,84134

Ad. e) , f) P(1 < X < 4) = P(1 ≤ X ≤ 4) = ROZKŁ.NORMALNY(4;4;2;1) - ROZKŁ.NORMALNY(1;4;2;1) = 0,5 - 0,06681 = 0,433193

Ad. g) P(|X| < 1) = P(-1 < X < 1) =ROZKŁ.NORMALNY(1;4;2;1) - ROZKŁ.NORMALNY(-1;4;2;1) = 0,06681 - 0,00621 = 0,060598

Ad. h) P(|X| > 0,5) = 1 - P(-0,5 < X < 0,5) = 1- ROZKŁ.NORMALNY(0,5;4;2;1) + ROZKŁ.NORMALNY(-0,5;4;2;1) = 1 - 0,04006 + 0,01222 = 1- 0,027835 = 0,972165

Ad. i) P(|X - 5| < 3) = P(-3 < X - 5 < 3) = P(2 < X < 8) = ROZKŁ.NORMALNY(8;4;2;1) - ROZKŁ.NORMALNY(2;4;2;1) = 0,97725 - 0,15866 = 0,818595

Ad. j) P(|X + 1| > 0,5) = 1 - P(-0,5 < X + 1 < 0,5) = 1 - P(-1,5 < X < -0,5) = 1 - ROZKŁ.NORMALNY(-0,5;4;2;1) + ROZKŁ.NORMALNY(-1,5;4;2;1) = 1 - 0,0122245 + 0,00298 = 1 - 0,00924 = 0,99176

ROZKŁ.NORMALNY.ODWR

Zwraca kwantyl rozkładu **normalnego**.

Składnia

ROZKŁ.NORMALNY.ODWR(prawdopodobieństwo;średnia;odchylenie_std)

czyli

ROZKŁ.NORMALNY.ODWR(p;m;σ)

p prawdopodobieństwo (rząd kwantyla)

m wartość oczekiwana

σ odchylenie standardowe

Przykład

Zmienna losowa *X* ma rozkład N(-1; 5).

Wyznaczyć *x* dla których:

a) P(X < x) = 0,7
b) P(X ≤ x) = 0,2
c) P(X > x) = 0,4

Ad. a) P(X < x) = 0,7 **x =** ROZKŁ.NORMALNY.ODWR(0,7;-1;5) = 1,6220026

Ad. b) P(X ≤ x) = 0,2 **x =** ROZKŁ.NORMALNY.ODWR(0,2;-1;5) = -5,208106

Ad. c) P(X > x) = 0,4 **1 -** P(X ≤ x) = 0,4 P(X ≤ x) = 0,6

x = ROZKŁ.NORMALNY.ODWR(0,6;-1;5) = 0,2667355

ROZKŁ.NORMALNY.S

Zwraca dystrybuantę/gęstość dla standardowego rozkładu **normalnego N(0, 1).**

Składnia

ROZKŁ.NORMALNY.S(z;skumulowany)

czyli

ROZKŁ.NORMALNY.S(x;K)

$x = z$ argument funkcji gęstości/dystrybuanty

K kumulacja, jeśli K = 0 to funkcja zwraca wartość gęstości $f(x)$, gdy K = 1 to $P(X \leq x)$

Przykład

Zmienna losowa *X* ma rozkład N(0; 1). Oblicz:

a) P(X < -2)
b) P(X > 2)
c) P(-2 < X < 2)

Ad. a) P(X < -2) = ROZKŁ.NORMALNY.S(-2;1) = 0,02275
Ad. b) P(X > 2) = 1 - ROZKŁ.NORMALNY.S(2;1) = 1 - 0,97725 = 0,02275
Ad. c) P(-2 < X < 2) = ROZKŁ.NORMALNY.S(2;1) - ROZKŁ.NORMALNY.S(-2;1) = 0,97725 - 0,02275 = 0,9545

ROZKŁ.NORMALNY.S.ODWR

Zwraca kwantyl standardowego rozkładu **normalnego N(0, 1)**.
Składnia
ROZKŁ.NORMALNY.S.ODWR(prawdopodobieństwo)
czyli
ROZKŁ.NORMALNY.S.ODWR(p)
p prawdopodobieństwo (rząd kwantyla)

Przykład

Zmienna losowa *X* ma rozkład N(0; 1). Φ jest dystrybuantą tej zmiennej losowej. Wyznacz liczbę *a* spełniająca zależność:

a) Φ(a) = 0,01
b) Φ(a) = 0,05
c) Φ(a) = 0,95
d) Φ(a) = 0,99
e) P(X > a) = 0,05
f) P(|X| < a) = 0,5
g) P(|X| > a) = 0,95

Ad. a) **a =** ROZKŁ.NORMALNY.S.ODWR(0,01) = **-2,3263**
Ad. b) **a =** ROZKŁ.NORMALNY.S.ODWR(0,05) = **-1,6449**
Ad. c) **a =** ROZKŁ.NORMALNY.S.ODWR(0,95) = **1,6449**
Ad. d) **a =** ROZKŁ.NORMALNY.S.ODWR(0,99) = **2,3263**
Ad. e) P(X > a) = 0,05 Φ(a) = 0,95 **a =** ROZKŁ.NORMALNY.S.ODWR(0,95) = 1,6449
Ad. f) P(|X| < a) = 0,5 P(-a < X < a) = 0,5 2Φ(a) - 1 = 0,5 Φ(a) = 0,75 **a =** ROZKŁ.NORMALNY.S.ODWR(0,75) = **0,6745**
Ad. g) P(|X| > a) = 0,95 1 - P(-a ≤ X ≤ a) = 0,95 1 – (2Φ(a) – 1) = 0,95 Φ(a) = 0,525 **a =** ROZKŁ.NORMALNY.S.ODWR(0,525) = **0,0627**

PHI

Zwraca wartość funkcji gęstości dla **standardowego rozkładu normalnego N(0, 1).**
Składnia
PHI(x)
x = argument funkcji gęstości

ROZKŁ.EXP

Zwraca dystrybuantę/gęstość dla rozkładu **wykładniczego.**

$$f(x) = \begin{cases} ae^{-ax} & x > 0 \\ 0 & x \le 0 \end{cases} \qquad a > 0$$

Składnia
ROZKŁ.EXP(x;lambda;skumulowany)
czyli
ROZKŁ.EXP(x;a;K)
x argument funkcji gęstości/dystrybuanty
a = λ parametr rozkładu
K kumulacja, jeśli K = 0 to funkcja zwraca wartość gęstości $f(x)$, gdy K = 1 to $P(X \le x)$

Przykład
Czas bezawaryjnej pracy pewnego typu procesora ma rozkład wykładniczy o wartości oczekiwanej 4 lata. Obliczyć prawdopodobieństwo, że taki procesor może bezawaryjnie pracować ponad 10 lat.
Ponieważ EX = 1/a to a = 0,25
P(X > 10) = 1 - ROZKŁ.EXP(10;0,25;1) = 1 - 0,9179 = 0.0821

ROZKŁ.LOG
Zwraca dystrybuantę/gęstość dla rozkładu **logarytmiczno-normalnego.**

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\ln x - m)^2}{2\sigma^2}} & dla \quad x > 0 \\ 0 & dla \quad x \le 0 \end{cases} \qquad m \in R, \ \sigma \in (0, +\infty)$$

Składnia
ROZKŁ.LOG(x;średnia;odchylenie_std;skumulowany)

czyli
ROZKŁ.LOG(x;m;σ;K)
x argument funkcji gęstości/dystrybuanty
m, σ parametry rozkładu
K kumulacja, jeśli K = 0 to funkcja zwraca wartość gęstości $f(x)$, gdy K = 1 to $P(X \le x)$

ROZKŁ.LOG.ODWR

Zwraca kwantyl rozkładu **logarytmiczno-normalnego**.

Składnia

ROZKŁ.LOG.ODWR(prawdopodobieństwo;średnia;odchylenie_std)

czyli

ROZKŁ.LOG.ODWR(p;m;σ)

p prawdopodobieństwo (rząd kwantyla)

m, σ parametry rozkładu

ROZKŁ.WEIBULL

Zwraca dystrybuantę/gęstość dla rozkładu **Weibulla.**

$$f(x) = \begin{cases} \alpha \dfrac{x^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}} & dla \;\; x > 0 \\ 0 & dla \;\; x \le 0 \end{cases} \qquad \alpha,\ \beta > 0$$

Składnia

ROZKŁ.WEIBULL(x;alfa;beta;skumulowany)

czyli

ROZKŁ.WEIBULL(x;α;β;K)

x argument funkcji gęstości/dystrybuanty

α, β parametry rozkładu

K kumulacja, jeśli K = 0 to funkcja zwraca wartość gęstości $f(x)$, gdy K = 1 to $P(X \le x)$

ROZKŁ.BETA

Zwraca prawdopodobieństwo/gęstość dla rozkładu **beta**.

$$f(x) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)} \frac{(x-a)^{\alpha-1}(b-x)^{\beta-1}}{(b-a)^{\alpha+\beta-1}} \qquad a < x < b \qquad \alpha, \beta, a, b \in (0, +\infty)$$

Składnia

ROZKŁ.BETA(x;alfa;beta;skumulowany;[A];[B])

czyli

ROZKŁ.BETA(x;α;β;K;[a];[b])

x argument funkcji gęstości/dystrybuanty

α; β parametry rozkładu

K kumulacja, jeśli K = 0 to funkcja zwraca wartość gęstości $f(x)$, gdy K = 1 to $P(X \le x)$

a; b dolna i górna wartość argumentu x (domyślne wartości to a = 0, b = 1)

ROZKŁ.BETA.ODWR

Zwraca kwantyl rozkładu beta.
Składnia
ROZKŁ.BETA.ODWR(prawdopodobieństwo;alfa;beta;[A];[B])

czyli

ROZKŁ.BETA.ODWR(p;α;β;[a];[b])

p prawdopodobieństwo (rząd kwantyla)
α; β parametry rozkładu
a; b dolna i górna wartość argumentu x (domyślne wartości to a = 0, b = 1)

ROZKŁ.GAMMA

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^{p-1} e^{-\frac{x}{\lambda}}}{\lambda^p \Gamma(p)} & x > 0 \\ 0 & x \le 0 \end{cases} \qquad p, \lambda \in (0, +\infty)$$

Zwraca dystrybuantę/gęstość dla rozkładu **gamma.**
Składnia
ROZKŁ.GAMMA(x;alfa;beta;skumulowany)

czyli

ROZKŁ.GAMMA (x;α;β;K)

x argument funkcji gęstości/dystrybuanty
α = p; β = λ parametry rozkładu
K kumulacja, jeśli K = 0 to funkcja zwraca wartość gęstości $f(x)$, gdy K = 1 to $P(X \le x)$

ROZKŁ.GAMMA.ODWR

Zwraca kwantyl rozkładu gamma.
Składnia
ROZKŁ.GAMMA.ODWR(prawdopodobieństwo;alfa;beta)

czyli

ROZKŁ.GAMMA.ODWR(p;α;β)

p prawdopodobieństwo (rząd kwantyla)
α = p; β = λ parametry rozkładu

ROZKŁ.CHI

Zwraca dystrybuantę/gęstość dla rozkładu **chi-kwadrat.**

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{y}{2}}}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}\qquad n\in N$$

Składnia

ROZKŁ.CHI(x;stopnie_swobody;skumulowany)

czyli

ROZKŁ.CHI(x;n;K)

x argument funkcji gęstości/dystrybuanty

n parametr rozkładu (liczba stopni swobody)

K kumulacja, jeśli K = 0 to funkcja zwraca wartość gęstości $f(x)$, gdy K = 1 to $P(X \le x)$

Przykład

Zmienna losowa Y_{12} ma rozkład chi kwadrat z 12. stopniami swobody. Oblicz:

a) P(Y_{12} < 10)

b) P(Y_{12} > 15)

c) P(5 < Y_{12} < 20)

Ad. a) P(Y_{12} < 10) = ROZKŁ.CHI(10;12;1) = 0,38404

Ad. b) P(Y_{12} > 15) = 1 - ROZKŁ.CHI(15;12;1) = 1 - 0,7586 = 0,2414

Ad. c) P(5 < Y_{12} < 20) = ROZKŁ.CHI(20;12;1) - ROZKŁ.CHI(5;12;1) = 0,93291 - 0,04202 = 0,890893

ROZKŁ.CHI.PS

Zwraca dopełnienie dystrybuanty dla rozkładu **chi-kwadrat** $P(X > x)$**.**

Składnia

ROZKŁ.CHI.PS(x;stopnie_swobody)

czyli

ROZKŁ.CHI.PS(x;n)

x argument funkcji dopełnienia dystrybuanty (1-F(x))

n parametr rozkładu (liczba stopni swobody)

Przykład

Zmienna losowa Y_{12} ma rozkład chi kwadrat z 12. stopniami swobody. Oblicz:

a) P(Y_{12} < 10)

b) P(Y_{12} > 15)

c) P(5 < Y_{12} < 20)

Ad. a) P(Y_{12} < 10) = 1 - ROZKŁ.CHI.PS(10;12) = 1 - 0,61596 =0,38404

Ad. b) $P(Y_{12} > 15)$ = ROZKŁ.CHI.PS(15;12) = 0,2414
Ad. c) $P(5 < Y_{12} < 20)$ = ROZKŁ.CHI.PS(5;12) - ROZKŁ.CHI.PS(20;12) = 0,957979 - 0,06709 = 0,890893

ROZKŁ.CHI.ODWR

Zwraca kwantyl rozkładu **chi-kwadrat**.

Składnia

ROZKŁ.CHI.ODWR(prawdopodobieństwo;stopnie_swobody)

czyli

ROZKŁ.CHI.ODWR(p;n)

p prawdopodobieństwo (rząd kwantyla)

n parametr rozkładu (liczba stopni swobody)

Przykład

Zmienna losowa Y_{12} ma rozkład chi kwadrat z 12. stopniami swobody.

Wyznaczyć *x* dla którego $P(Y_{12} < x) = 0,95$

x = ROZKŁ.CHI.ODWR(0,95;12) = 21,02607

ROZKŁ.CHI.ODWR.PS

Zwraca wartość argumentu x dla praw**ostronnego rozkładu chi-kwadrat.**

Składnia

ROZKŁ.CHI.ODWR.PS(prawdopodobieństwo;stopnie_swobody)

czyli

ROZKŁ.CHI.ODWR.PS(p;n)

p prawdopodobieństwo

n parametr rozkładu (liczba stopni swobody)

Przykład

Zmienna losowa Y_{12} ma rozkład chi kwadrat z 12. stopniami swobody.

Wyznaczyć *x* dla którego $P(Y_{12} > x) = 0,05$

x = ROZKŁ.CHI.ODWR.PS(0,05;12) = 21,02607

ROZKŁ.T

Zwraca dystrybuantę/gęstość dla rozkładu **t-Studenta.**

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{n}\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{\frac{n+1}{2}}} \qquad x \in R \qquad n \in N$$

Składnia

ROZKŁ.T(x;stopnie_swobody;skumulowany)

czyli

ROZKŁ.T(x;n;K)

x argument funkcji gęstości/dystrybuanty

n parametr rozkładu (liczba stopni swobody)

K kumulacja, jeśli K = 0 to funkcja zwraca wartość gęstości $f(x)$, gdy K = 1 to $P(X \le x)$

Przykład

Zmienna losowa T_6 ma rozkład Studenta z 6. stopniami swobody. Oblicz:

a) $P(T_6 < -2)$
b) $P(T_6 > 1)$
c) $P(1 < T_6 < 2)$

Ad. a) $P(T_6 < -2)$ = ROZKŁ.T(-2;6;1) = 0,046213
Ad. b) $P(T_6 > 1) = 1$ - ROZKŁ.T(1;6;1) = 1 - 0,822041= 0,177958
Ad. c) $P(1 < T_6 < 2)$ = ROZKŁ.T(2;6;1) - ROZKŁ.T(1;6;1) = 0,95379 - 0,822041
= 0,131746

ROZKŁ.T.DS

Zwraca prawdopodobieństwo dla dwustronnego rozkładu **t-Studenta.** $P(|X| > x)$.

Składnia

ROZKŁ.T.DS(x;stopnie_swobody)

czyli

ROZKŁ.T.DS(x;n)

x wartość krytyczna

n parametr rozkładu (liczba stopni swobody)

Przykład

Zmienna losowa T_6 ma rozkład Studenta z 6. stopniami swobody. Oblicz $P(|T_6| > 1)$

$P(|T_6| > 1)$ = ROZKŁ.T.DS(1;6) = 0,355918

ROZKŁ.T.PS

Zwraca dopełnienie dystrybuanty dla rozkładu **t-Studenta** $P(X > x)$.

Składnia

ROZKŁ.T.PS(x;stopnie_swobody)

czyli

ROZKŁ.T.PS(x;n)

x argument funkcji dopełnienia dystrybuanty (1-F(x))

n parametr rozkładu (liczba stopni swobody)

Przykład

Zmienna losowa T_6 ma rozkład Studenta z 6. stopniami swobody. Oblicz P(T_6 > 1)

P(T_6 > 1) = ROZKŁ.T.PS(1;6) = 0,177959

ROZKŁ.T.ODWR

Zwraca kwantyl rozkładu **t-Studenta** .
Składnia
ROZKŁ.T.ODWR(prawdopodobieństwo;stopnie_swobody)
czyli
ROZKŁ.T.ODWR(p;n)
p prawdopodobieństwo (rząd kwantyla)
n parametr rozkładu (liczba stopni swobody)

Przykład

Zmienna losowa T_6 ma rozkład Studenta z 6. stopniami swobody.
Wyznaczyć *x* dla którego P(T_6 < x) = 0,95

x = ROZKŁ.T.ODWR(0,95;6) = 1,94318

ROZKŁ.T.ODWR.DS

Zwraca wartość argumentu x dla dwustronnego rozkładu **t-Studenta** $P(|X| > x) =$p.
Składnia
ROZKŁ.T.ODWR.DS(prawdopodobieństwo;stopnie_swobody)
czyli
ROZKŁ.T.ODWR.DS(p;n)
p prawdopodobieństwo
n parametr rozkładu (liczba stopni swobody)

Przykład

Zmienna losowa T_6 ma rozkład Studenta z 6. stopniami swobody.
Wyznaczyć *x* dla którego P((|T_6| > x) = 0,05

x = ROZKŁ.T.ODWR.DS(0,05;6) = 2,446912

ROZKŁ.F

Zwraca dystrybuantę/gęstość dla rozkładu prawdopodobieństwa **F-Snedecora.**

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\Gamma\left(\dfrac{n_1+n_2}{2}\right)\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)^{\frac{n_1}{2}}x^{\frac{n_1-2}{2}}\left(1+\dfrac{n_1}{n_2}x\right)^{-\frac{n_1+n_2}{2}}}{\Gamma\left(\dfrac{n_1}{2}\right)\Gamma\left(\dfrac{n_2}{2}\right)} & x>0 \\ 0 & x\le 0\end{cases} \qquad n_1,n_2\in N$$

Składnia

ROZKŁ.F(x;stopnie_swobody1;stopnie_swobody2;skumulowany)

czyli

ROZKŁ.F(x;n_1;n_2;K)

x argument funkcji gęstości/dystrybuanty

n_1, n_2 parametry rozkładu (liczby stopni swobody)

K kumulacja, jeśli K = 0 to funkcja zwraca wartość gęstości $f(x)$, gdy K = 1 to $P(X \le x)$

Przykład

Zmienna losowa $F_{6,4}$ ma rozkład F-Snedecora z 6. i 4. stopniami swobody. Oblicz:

a) $P(F_{6,4} < 2)$
b) $P(F_{6,4} > 1)$
c) $P(1 < F_{6,4} < 2)$

Ad. a) $P(F_{6,4} < 2)$ = ROZKŁ.F(2;6;4;1) = 0,738281
Ad. b) $P(F_{6,4} > 1)$ = 1 - ROZKŁ.F(1;6;4;1) = 1 - 0,4752 = 0,5248
Ad. c) $P(1 < F_{6,4} < 2)$ = ROZKŁ.F(2;6;4;1) - ROZKŁ.F(1;6;4;1) = 0,738281 - 0, 4752 =
= 0,26308125

ROZKŁ.F.PS

Zwraca dopełnienie dystrybuanty dla rozkładu F-Snedecora $P(X > x)$.

Składnia

ROZKŁ.F.PS(x; stopnie_swobody1;stopnie_swobody2)

czyli

ROZKŁ.F.PS(x;n_1;n_2)

x argument funkcji dopełnienia dystrybuanty

n_1, n_2 parametry rozkładu (liczby stopni swobody)

Przykład

Zmienna losowa $F_{6,4}$ ma rozkład F-Snedecora z 6. i 4. stopniami swobody. Oblicz:

a) $P(F_{6,4} < 2)$
b) $P(F_{6,4} > 1)$
c) $P(1 < F_{6,4} < 2)$

Ad. a) P($F_{6,4}$ < 2) = 1 - ROZKŁ.F.PS(2;6;4) = 1 - 0,261719 = 0,738281

Ad. b) P($F_{6,4}$ > 1) = ROZKŁ.F.PS(1;6;4) = 0,5248

Ad. c) P(1 < $F_{6,4}$ < 2) = ROZKŁ.F.PS(1;6;4) - ROZKŁ.F.PS(2;6;4) = 0,5248 - 0,261719 =
= 0,26308125

ROZKŁ.F.ODWR

Zwraca kwantyl rozkładu **F-Snedecora**.

Składnia

ROZKŁ.F.ODWR(prawdopodobieństwo; stopnie_swobody1;stopnie_swobody2)

czyli

ROZKŁ.F.ODWR(p; n_1;n_2)

p prawdopodobieństwo (rząd kwantyla)

n_1, n_2 parametry rozkładu (liczby stopni swobody)

Przykład

Zmienna losowa $F_{6,4}$ ma rozkład F-Snedecora z 6. i 4. stopniami swobody.

Wyznaczyć *x* dla którego P($F_{6,4}$ < x) = 0,95

x = ROZKŁ.F.ODWR(0,95; 6;4) = 6,163132

ROZKŁ.F.ODWR.PS

Zwraca wartość argumentu x dla **prawostronnego rozkładu F-Snedecora.**

Składnia

ROZKŁ.F.ODWR.PS(prawdopodobieństwo; stopnie_swobody1;stopnie_swobody2)

czyli

ROZKŁ.F.ODWR.PS(p; n_1;n_2)

p prawdopodobieństwo

n_1;n_2 parametry rozkładu (liczby stopni swobody)

Przykład

Zmienna losowa $F_{6,4}$ ma rozkład F-Snedecora z 6. i 4. stopniami swobody.

Wyznaczyć *x* dla którego P($F_{6,4}$ > x) = 0,05

x = ROZKŁ.F.ODWR.PS(0,05; 6;4) = 6,163132

Inne przydatne funkcje:

Przykład

Zmienna losowa X ma rozkład określony funkcją prawdopodobieństwa:

x_k	– 3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
p_k	0,05	0,1	0,1	0,2	0,05	0,05	0,2	0,1	0,1	0,05

Obliczyć EX, D^2X

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	x_k	– 3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6		
2	p_k	0,05	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,1	1	suma
3													
4	**EX = m$_1$**	**1,65**		=SUMA.ILOCZYNÓW(B1:K1;B2:K2)									
5	**m$_2$**	**8,45**		=SUMA.ILOCZYNÓW(B1:K1;B1:K1;B2:K2)									
6	**D^{2}X**	**5,73**		=B5-B4^2									
7													

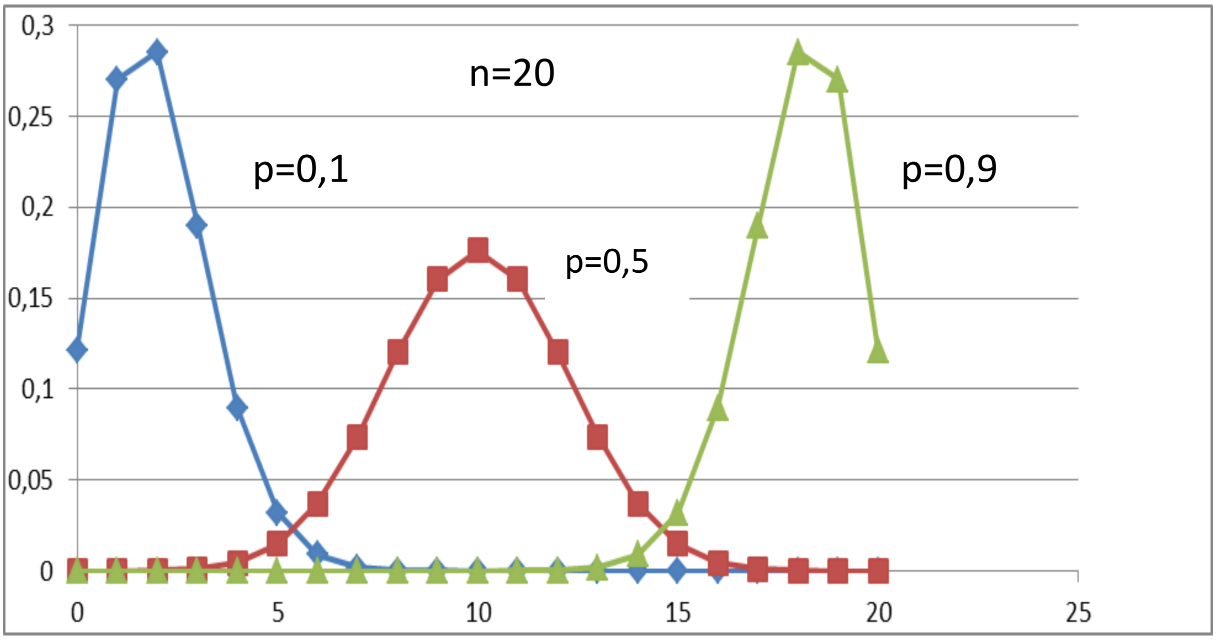
Analogicznie można obliczać momenty wyższych rzędów.

Przykład

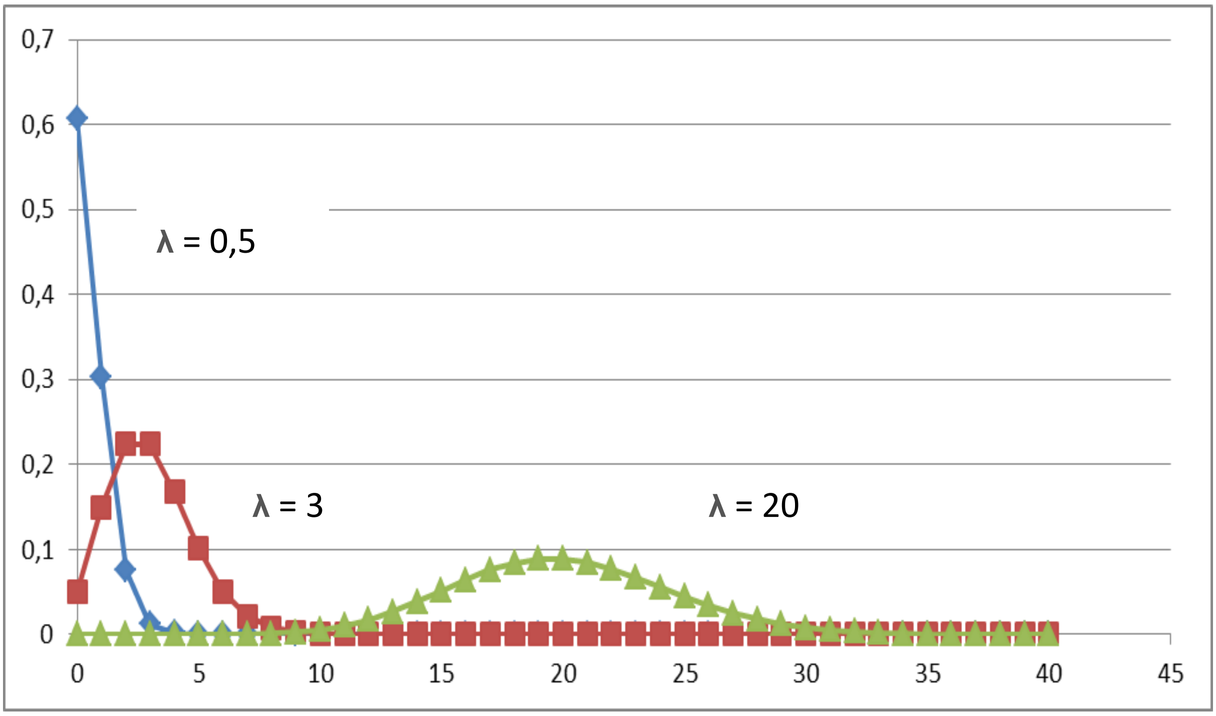
Korzystając z funkcji ROZKŁ.DWUM i wykresu punktowego możemy stablicować i zaprezentować graficznie funkcję prawdopodobieństwa rozkładu dwumianowego.

Np. dla n=20, p=0,1; p=0,5; p=0,9.

n		p	
20	0,1	0,5	0,9
k	P(k)	P(k)	P(k)
0	0,121576655	9,54E-07	1E-20
1	0,270170344	1,91E-05	1,8E-18
2	0,285179807	0,000181	1,54E-16
3	0,190119871	0,001087	8,31E-15
4	0,089778828	0,004621	3,18E-13
5	0,031921361	0,014786	9,15E-12
6	0,008867045	0,036964	2,06E-10
7	0,001970454	0,073929	3,71E-09
8	0,000355776	0,120134	5,42E-08
9	5,27076E-05	0,160179	6,51E-07
10	6,44204E-06	0,176197	6,44E-06
11	6,50711E-07	0,160179	5,27E-05
12	5,4226E-08	0,120134	0,000356
13	3,70776E-09	0,073929	0,00197
14	2,05987E-10	0,036964	0,008867
15	9,15496E-12	0,014786	0,031921
16	3,1788E-13	0,004621	0,089779
17	8,3106E-15	0,001087	0,19012
18	1,539E-16	0,000181	0,28518
19	1,8E-18	1,91E-05	0,27017
20	1E-20	9,54E-07	0,121577



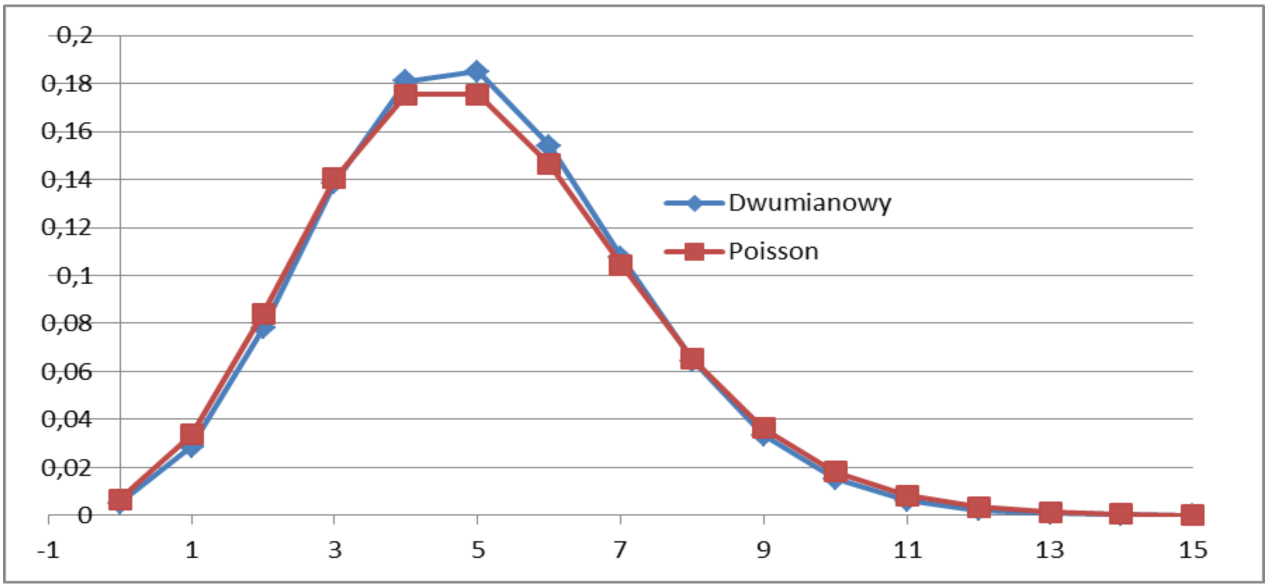
Przykład
Korzystając z funkcji ROZKŁ.POISSON i wykresu punktowego możemy stablicować i zaprezentować graficznie funkcję prawdopodobieństwa rozkładu Poissona.
Np. dla k=0, …, 40, λ =0,5; λ =3; λ =20.



Przykład
Korzystając z funkcji ROZKŁ.DWUM i ROZKŁ.POISSON i wykresu punktowego możemy stablicować i zaprezentować graficznie przybliżenie Poissona.
Np. dla k = 50, p = 0,1; (wtedy λ = 5).
Zwróćmy uwagę na dokładność przybliżenia.

n	p	lambda
50	0,1	5

k	Dwumianowy	Poisson
0	0,005153775	0,006737947
1	0,028632084	0,033689735
2	0,077942897	0,084224337
3	0,13856515	0,140373896
4	0,180904501	0,17546737
5	0,184924601	0,17546737
6	0,154103834	0,146222808
7	0,107628075	0,104444863
8	0,064277878	0,065278039
9	0,03332927	0,036265577
10	0,015183334	0,018132789
11	0,00613468	0,008242177
12	0,002215301	0,00343424
13	0,0007195	0,001320862
14	0,000211282	0,000471736
15	5,63418E-05	0,000157245
16	1,36942E-05	4,91392E-05
17	3,04315E-06	1,44527E-05
18	6,19901E-07	4,01464E-06
19	1,16005E-07	1,05648E-06
20	1,99786E-08	2,64121E-07

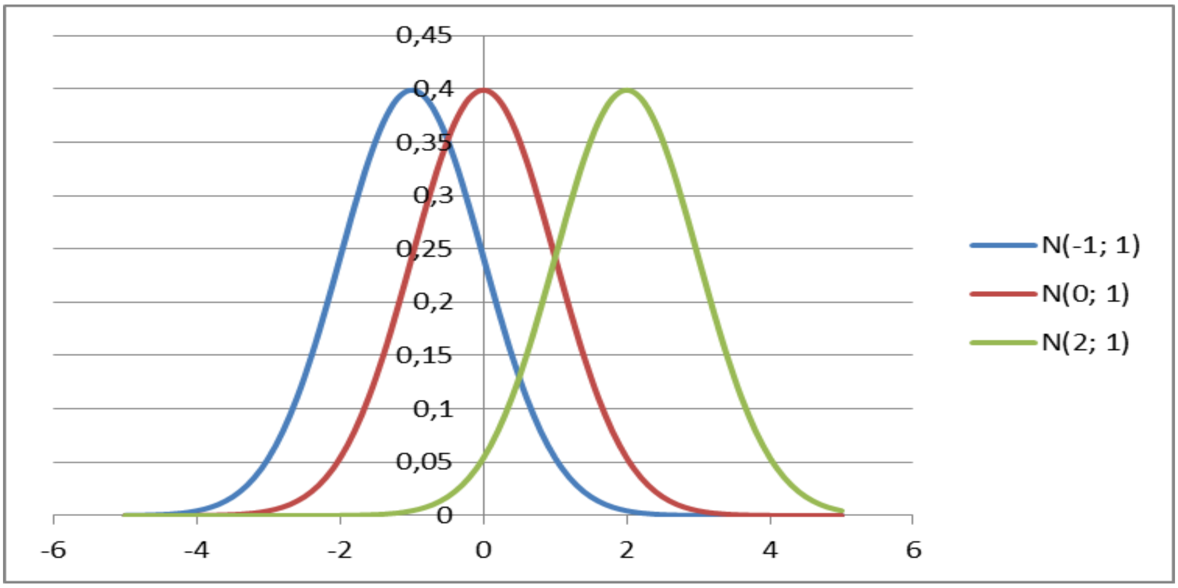


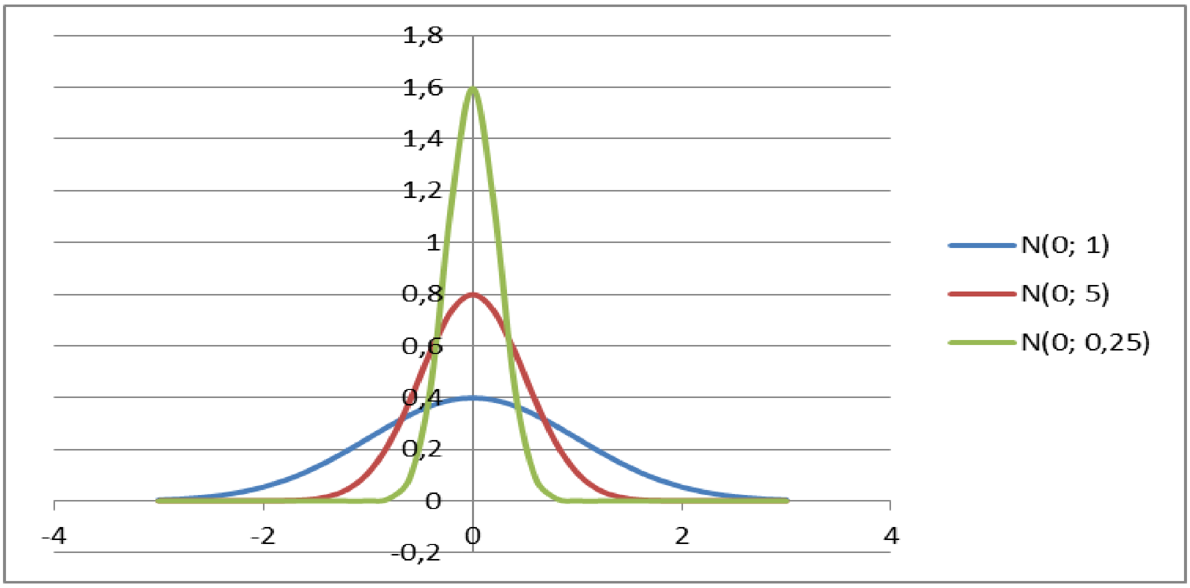
Przykład

Korzystając z funkcji ROZKŁ.NORMALNY i wykresu punktowego możemy stablicować i zaprezentować graficznie funkcję gęstości rozkładu normalnego.

Np. a) dla N(-1; 1), N(-1; 0), N(-1; 2), w przedziale [-5; 5].

Np. b) dla N(0; 1), N(0; 0,5), N(0; 0,25), w przedziale [-3; 3].





ZADANIA

Zadanie 1 (Oblicz stosując funkcje programu EXCEL)

Prawdopodobieństwo trafienia celu w jednym strzale wynosi 0,6.

Do celu oddano niezależnie 10 strzałów. Oblicz prawdopodobieństwo, że cel został trafiony:

a) jeden raz,

b) dwa razy,

c) co najmniej raz,

d) więcej niż dwa razy,

e) co najmniej trzy razy i mniej niż 8 razy.

Zadanie 2 (Oblicz stosując funkcje programu EXCEL)

Zmienna losowa X ma rozkład Poissona z parametrem $\lambda = 8$. Oblicz:

i) $P(X = 6)$
j) $P(X = 8)$
k) $P(X = 12)$
l) $P(X < 10)$
m) $P(X \leq 10)$
n) $P(X > 7)$
o) $P(X \geq 7)$
p) $P(6 \leq X < 10)$
q) $P(6 \leq X \leq 10)$

Zadanie 3 (Oblicz stosując funkcje programu EXCEL)

Zmienna losowa X ma rozkład dwumianowy z parametrami n = 100, p = 0,02.

Stosując przybliżenie Poissona oblicz:

a) $P(X = 0)$
b) $P(X = 2)$
c) $P(X = 5)$
d) $P(X \geq 1)$
e) $P(X \geq 2)$
f) $P(X \leq 4)$

Zadanie 4 (Oblicz stosując funkcje programu EXCEL)

Wadliwość produkcji pewnych detali jrest równa 0,03. Zmienna losowa X oznacza liczbę wadliwych detali w pudełku liczącym 80 sztuk. Oblicz:

a) $P(X = 3)$
b) $P(2 \leq X < 7)$
c) $P(2 \leq X \leq 7)$
d) $P(2 < X \leq 7)$

Zadanie 5 (Oblicz stosując funkcje programu EXCEL)

Zmienna losowa X ma rozkład N(2; 3). Oblicz:

a) $P(-4 < X < 11)$
b) $P(X < 0)$
c) $P(X < 5)$
d) $P(X > 1)$
e) $P(X > 4)$

Otrzymane wyniki zinterpretować na wykresie gęstości.

Wyznacz wartość gęstości tej zmiennej losowej w punkcie:

a) 2 b) 0 c) -2 d) 5

Zadanie 6 (Oblicz stosując funkcje programu EXCEL)

Zmienna losowa *X* ma rozkład N(0; 1). Φ jest dystrybuantą tej zmiennej losowej. Wyznacz liczbę *a* spełniająca zależność:

h) Φ(a) = 0,01
i) Φ(a) = 0,05
j) Φ(a) = 0,95
k) Φ(a) = 0,99
l) P(X > a) = 0,02
m) P(|X| < a) = 0,5
n) P(|X| > a) = 0,95

Zadanie 7

Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny w przedziale (-a; a).
Wyznacza a gdy
a) $P(0{,}125 < X < 0{,}25) = 1/32$
b) $P(X > 1{,}5) = 3P(X \leq -2{,}5)$
c) $D^2X = 16/3$
Odp. a) 2; b) 3; c) 4

Zadanie 8

T – czas (h) diagnozowania określonego typu samochodu.
Zakładamy, że zmienna losowa T ma rozkład jednostajny w przedziale (1; 4).
a) Jaki jest oczekiwany czas diagnozy,
b) Jaki jest oczekiwany koszt diagnozy, jeśli funkcja kosztów diagnozy jest postaci $K = 100\sqrt{T}$.

Odp. a) 2,5h; b) 155,56zł

Zadanie 9

Sprawdzić, że zmienna losowa X o rozkładzie Poissona z parametrem λ spełnia następujący wzór rekurencyjny: $P(X = k+1) = \frac{\lambda}{k+1} P(X = k)$

Wiadomo, że P(X = 2) = 2P(X = 1), Oblicz P(X = 3).

Zadanie 10

Zmienna losowa X ma rozkład Poissona,
Wiadomo, że P(X = 2) = 2P(X = 1), Oblicz P(X = 3).
Odp. 0,195

Zadanie 11
Zmienna losowa X ma rozkład Poissona o wartości oczekiwanej równej 1,5.
Zmienna losowa *Y* ma rozkład jednostajny w przedziale (-1, 1).
Wiedząc, że X, Y są niezależne, obliczyć:
c) $E(-2X + 3EY+2)$
d) $D^2(2X - 3D^2Y +4)$

(odp. a) -1; b) 7)

Zadanie 12
Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem a.
Wyznacza a gdy
a) EX = 2,5
b) $D^2X = EX$
c) P(X < 2) = 2 P(X > 2)
Odp. a) 0,6; b) 1; c) 0,5ln3

Zadanie 13
Automat produkuje oporniki. Ich oporność ma rozkład N(65Ω; 0,9Ω).
Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany opornik wyprodukowany przez ten automat ma oporność większą od 64Ω lecz mniejszą od 67Ω. Jaki jest praktyczny zakres oporności wyprodukowanych przez ten automat oporników?
Odp. 0,854; [62,3; 67,7]

Zadanie 14

Napięcie na wyjściu zasilacza ma rozkład N(15V; 200mV).
Jakie jest prawdopodobieństwo, że napięcie wyjściowe jest dopuszczalne? Jako napięcie dopuszczalne przyjęto (15 ± 0,3)V.
Odp. 0,866

Zadanie 15

Automat produkuje rezystory o oporności 1000Ω i tolerancji 10%. Zakładamy, że rozkład ich oporności jest normalny.
Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany opornik zostanie wybrakowany?
Odp. 0,045

ZADANIA DODATKOWE DOTYCZĄCE ROZKŁADU NORMALNEGO

Zadanie D1
Zmienna losowa *X* ma rozkład $N(-2; 3)$. Obliczyć:
a) $P(X > -1)$,
b) $P(X < -5)$,
c) $P(-5 < X < -1)$
Otrzymane wyniki zinterpretować na wykresie gęstości.

(odp. a) 0,3707; b) 0,1592; c) 0,2902)

Zadanie D2
Zmienna losowa X ma rozkład $N(1{,}5;\ 3)$. Obliczyć:
a) $P(X < 2{,}5)$,
b) $P(X > -0{,}5)$,
c) $P(0{,}5 < X < 2)$
d) $P(|2X - 1| < 1)$,
e) $P(|X| > 0{,}5)$,
Otrzymane wyniki zinterpretować na wykresie gęstości.
(odp. a) 0,6293; b) 0,75; c) 0,4706, d) 0,1, e) 0,88)

Zadanie D3
Wzrost ludzi w pewnej populacji ma rozkład $N(170{,}10)$. Wyznaczyć procent osób w tej populacji:
a) mających wzrost poniżej 165 cm,
b) mających wzrost powyżej 170 cm,
c) mających wzrost powyżej 180 cm,
d) mających wzrost powyżej 190 cm,
e) mających wzrost powyżej 200 cm,
f) mających wzrost pomiędzy 165 a 170 cm,
Otrzymane wyniki zinterpretować na wykresie gęstości.
(odp. a) 31%; b) 50%; c) 16%; d) 2%; e) 0,1%; f) 19%)

Zadanie D4
Dochód pewnej grupy pracowników ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej 1000 zł i odchyleniu standardowym 200 zł. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wśród 2 wylosowanych pracowników z tej grupy nie będzie ani jednego o dochodzie powyżej 1200 zł.
(odp. około 0,7)

Zadanie D5
Według producenta maksymalny przebieg silnika bez remontu jest zmienną losową o rozkładzie $N(300000,\ 40000)$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że silnik zapewni przebieg powyżej 350 000 km?
(odp. około 0,1056)

Zadanie D6
Reklama cukierków TIK-TAK zapewnia, że mają one tylko 2 kalorie. Jak duże powinno być odchylenie standardowe rozkładu kaloryczności tych cukierków aby szansa trafienia na cukierek zawierający co najmniej 3 kalorie była mniejsza niż 0,01 (przyjmujemy rozkład normalny $N(2,\ \sigma)$)?
(odp. $\sigma < 0{,}429$)

Zadanie D7
Straty pewnej grupy firm mają rozkład normalny o wartości oczekiwanej 10 000 zł i odchyleniu standardowym 5 000 zł. Obliczyć prawdopodobieństwo, że wśród 3 wylosowanych firm z tej grupy będzie dokładnie jedna przynosząca zyski.

Zadanie D8
Gęstość zmiennej losowej X określona jest wzorem:

$$f(x) = ae^{-\frac{(x+3)^2}{8}} \qquad x \in R.$$

Wyznaczyć:

a) wartość parametru a,
b) obliczyć prawdopodobieństwo tego, że wartości tej zmiennej losowej będą różnić się od jej wartości oczekiwanej nie więcej niż o 1 (wynik zinterpretować na wykresie gęstości).

(odp. a) a = 0,19947; b) 0,68)

Zadanie D9

Zmienna losowa X ma rozkład N(m, σ).
Wyznaczyć współczynnik asymetrii i kurtozę tego rozkładu.

Zadanie D10

Zmienna losowa X ma rozkład N(0; 1). Wyznaczyć x dla których:

a) $P(X < x) = 0{,}5$ $\quad P(X > x) = 0{,}5$

b) $P(X < x) = 0{,}05$ $\quad P(X > x) = 0{,}05$

c) $P(|X| < x) = 0{,}95$ $\quad P(|X| < x) = 0{,}99$

Otrzymane wyniki zinterpretować na wykresie gęstości.

(odp. a) 0; b) 1,64; – 1,64 c) 1,96; 2,58)

Zadanie D11

Zmienna losowa X ma rozkład N(– 2; 3). Wyznaczyć x dla których:

a) $P(X < x) = 0{,}6$ $\quad P(X < x) = 0{,}4$ $\quad P(X > x) = 0{,}1$

b) $P(|X+2| > x) = 0{,}1$ $\quad P(|X+2| < x) = 0{,}98$

Otrzymane wyniki zinterpretować na wykresie gęstości.

(odp. a) – 1,24; – 2,76; 1,84; b) 4,9; 6,99)

Zadanie D12

Określić błąd standardowy dalmierza wiedząc, że jego pomiary nie są obarczone błędem systematycznym a błędy przypadkowe X mają rozkład normalny i z prawdopodobieństwem 0,95 mieszczą się w przedziale ± 20 m.

(odp. 10,2)

Zadanie D13

Wzrost X w pewnej populacji chłopców ma rozkład N(160, 10). Jaki jest wzrost określonego chłopca z tej populacji jeśli wiadomo, że co czwarty chłopiec z tej populacji jest od niego wyższy?
Wskazówka. Wyznacz x z zależności $P(X > x) = 0{,}25$.

(odp. 166,7)

Zadanie D14

Automat produkuje oporniki. Ich oporność ma rozkład N(2000Ω; 10Ω).
Wyznaczyć przedział [2000-x; 2000+x], aby z prawdopodobieństwem 0,955 losowo wybrany opornik miał oporność mieszczącą się w tym przedziale.

(odp. [1980; 2020])

L.K. 08.04.21